

۶ خط مماس بر منحنی $f(x) = x^3 - 3x$ در نقطه A، منحنی را در نقطه دیگری هم عرض نقطه A قطع می‌کند. این خط مماس، جهت مثبت محور yها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

۷ اگر $f(x) = \frac{|x+1|}{x+b}$ و $D_{f'} = \mathbb{R} - \{a, 2\}$ باشد، $a+b$ کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) -۱
(۳) ۳
(۴) -۳

۸ اگر در تابع $f(x)$ برای هر عدد حقیقی x ، $f(x) = f(x+3)$ و f مشتق‌پذیر باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(9+h) - f(12)}{h}$ چندبرابر $f'(6)$ است؟

- (۱) ۴
(۲) ۳
(۳) ۲
(۴) ۱

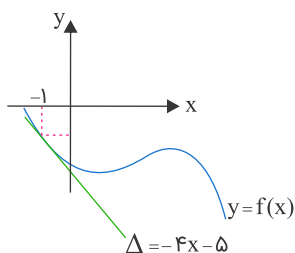
۹ اگر $f(x) = \begin{cases} 4x & ; x < 1 \\ 2x^2 + x & ; x \geq 1 \end{cases}$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1) - f(1-2h^2)}{3h^2}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{3}$
(۲) $\frac{8}{3}$
(۳) $\frac{10}{3}$
(۴) وجود ندارد.

۱۰ اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{3h^2 - h} = -2$ باشد آنگاه $f'(-1)$ کدام است؟

- (۱) -۲
(۲) +۲
(۳) +۴
(۴) -۴

۱۱ خط Δ در $x = -1$ بر تابع f مماس است. حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f^f(x) + f(x)}{x+1}$ کدام است؟



- (۱) ۴
(۲) -۴
(۳) ۱۲
(۴) -۱۲

۱۲

دو ضلع مستطیلی روی محورهای x و y و رأس آن روی منحنی $y = \sqrt{-2x}$ در حال حرکت است. آهنگ تغییر مساحت مستطیل در لحظه‌ای که $x = -18$ است، کدام است؟

- (۱) ۴
(۲) ۶
(۳) ۹
(۴) ۱۲

۱۳

نمودار تابع $f(x) = \frac{ax^3 + 3}{2x - 1}$ در نقطه‌ای به طول ۱ بر خط $y = 3x - b$ مماس است. $a + b$ کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) ۹
(۳) ۱۸
(۴) -۶

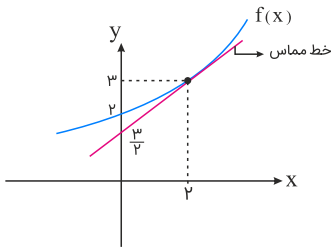
۱۴

اگر $f(3x + 1) = x^3 - 3x$ باشد، آنگاه عرض از مبدأ خط مماس بر نمودار $y = f(x) + x$ در نقطه‌ای به طول ۱ کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) -۳
(۳) صفر
(۴) -۱

۱۵

شکل زیر نمودار تابع $y = f(x)$ است. حاصل حد $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f^2(x) - 3f(x)}{x^2 - 3x + 2}$ کدام است؟



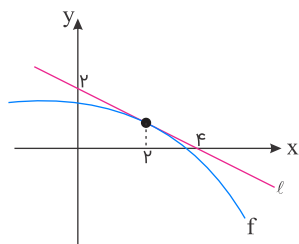
- (۱) $\frac{9}{4}$
(۲) $-\frac{9}{4}$
(۳) $\frac{9}{2}$
(۴) $-\frac{9}{2}$

۱۶

خط مماس بر منحنی به معادله $f(x) = \frac{x^2 + x}{x - 3}$ در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر آن، محور y ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

- (۱) ۱۲
(۲) ۱۰
(۳) ۱۴
(۴) ۱۶

مطابق شکل زیر، خط ℓ بر تابع $f(x)$ در نقطه‌ای به طول $x = 2$ مماس است. در این صورت شیب خط مماس بر تابع $y = f^2(3x - 1)$ در $x = 1$ کدام است؟



(۱) -۳

(۲) -۱

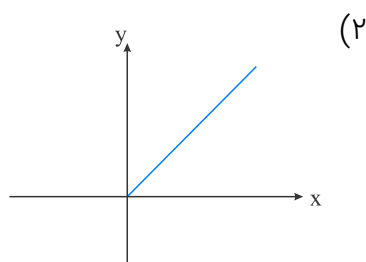
(۳) -۲

(۴) -۶

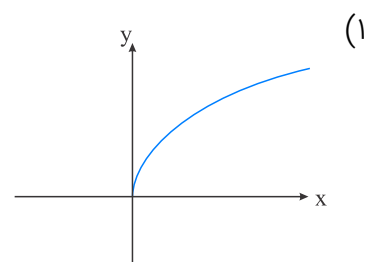
اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{|x^2 - 4|}{ax^2 - x + 2} = -1$ باشد، آنگاه حد راست این عبارت در $x = -2$ کدام است؟

(۲) $-\frac{2}{3}$ (۱) $-\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$

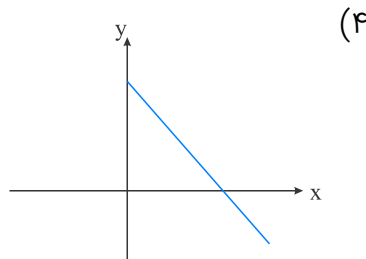
در کدامیک از نمودارهای زیر، برای همه مقادیر x آهنگ متوسط تغییر روی بازه $[0, x]$ کوچک‌تر از آهنگ لحظه‌ای تغییر در x است؟



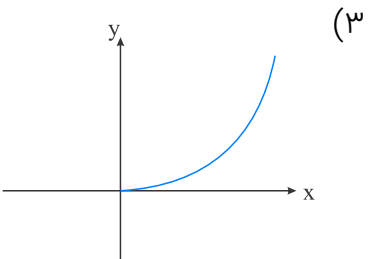
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

در کدام تابع زیر حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x}$ برابر با $+\infty$ است؟

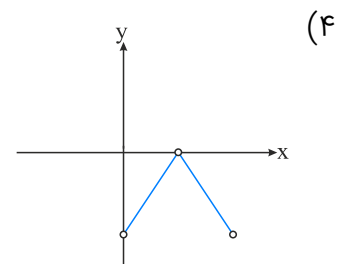
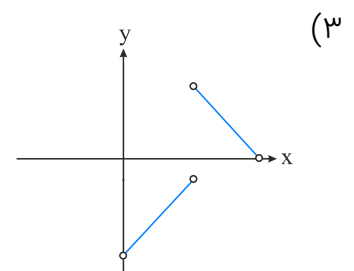
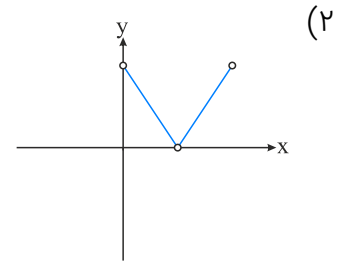
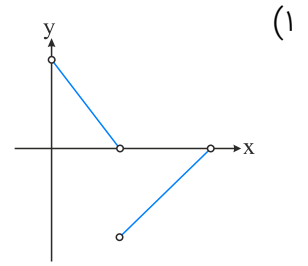
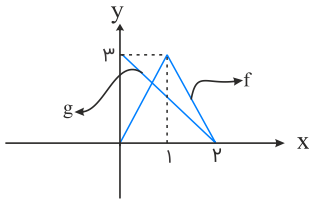
$$f(x) = 2\sqrt[3]{x} + 1 \quad (2)$$

$$f(x) = 2\sqrt[4]{x^2} + 1 \quad (1)$$

$$f(x) = 2\sqrt[3]{x^2} + 1 \quad (4)$$

$$f(x) = 2\sqrt[4]{x^4} + 1 \quad (3)$$

نمودار توابع f و g را با شرط $h(x) = f(x)g(x)$ در نظر بگیرید. نمودار $h'(x)$ کدام می‌تواند باشد؟



گنجایش ظرفی ۱۲۰ لیتر است. در لحظه $t = 0$ در ظرف سوراخی ایجاد می‌شود. اگر حجم مایع باقی‌مانده در ظرف پس از t ثانیه از رابطه $V = 120(1 - \frac{t}{100})^2$ به دست آید، آهنگ متوسط تغییر حجم مایع در بازه زمانی $[0, 25]$ چقدر است؟

- (۱) $-2/1$ (۲) -2 (۳) $-1/9$ (۴) $-2/2$

در صفحه مختصات، خطوطی موازی محور طول‌ها رسم کرده‌ایم که سهمی $y = ax^2 + bx + c$ را در دو نقطه قطع کرده‌اند. حاصل جمع شیب خطوط مماس بر این سهمی در نقاط برخورد با خطوط افقی چقدر است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) $\frac{1}{2}$

۲۴

اگر $f(x) = g(x^2)$ و $g'(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x}$ باشد، حاصل $f''(\sqrt{3})$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{+1}{2}$
(۳) $-\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{+1}{3}$

۲۵

توابع $g(x)$ و $g'(x)$ مشتق‌پذیر هستند و $f(x) = g(\sqrt{x})$. اگر $f'(4) = f''(4) = 2$ باشد، $g''(2)$ کدام است؟

- (۱) ۳۶ (۲) ۳۴
(۳) ۱۸ (۴) ۱۷

۲۶

در ظرفی به حجم ۲۰ لیتر در لحظه $t = 0$ سوراخی ایجاد می‌شود. اگر حجم مایع باقی‌مانده در ظرف پس از t ثانیه از رابطه $V(t) = 20\left(1 - \frac{t}{100}\right)^2$ به دست آید، در چه لحظه‌ای آهنگ تغییر لحظه‌ای با آهنگ تغییر متوسط در بازه $[0, 100]$ برابر می‌شود؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۴۰
(۳) ۵۰ (۴) ۶۰

۲۷

مشتق کدامیک از نمودارهای زیر اکیداً صعودی است؟



۲۸

اگر $f(x) = x\sqrt[3]{x}$ باشد، آنگاه مشتق تابع $y = f'(x)$ در $x = 1$ کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{4}{9}$
(۳) $\frac{16}{27}$ (۴) $\frac{16}{9}$

یکی از خطوط مماس بر منحنی $f(x) = \frac{\sqrt[3]{\lambda x}}{x}$ با خط $3y + 4x = 1$ موازی است. عرض از مبدأ این خط مماس کدام است؟

- (۱) $-\frac{14}{3}$ (۲) $\frac{14}{3}$
(۳) $-\frac{10}{3}$ (۴) $\frac{10}{3}$

اگر فقط یک نقطه روی منحنی $f(x) = x^3 - 6x^2 + kx - 1$ وجود داشته باشد که خط مماس در آن نقطه بر نیمساز ربع اول و سوم عمود باشد، مقدار $f'(1)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲
(۳) -۱ (۴) -۲